Exercices semaine 1 – énoncé

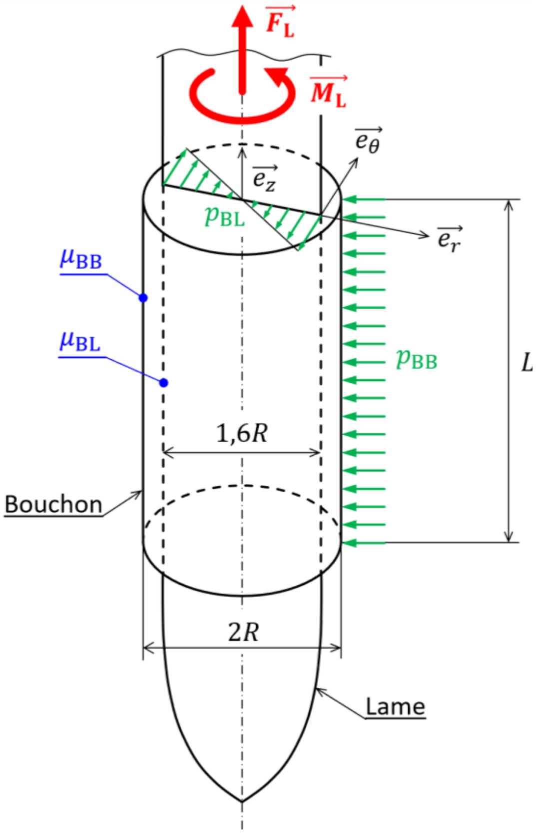
Exercice 1 – Est-il possible de retirer le bouchon de liège d'une bouteille avec une lame de couteau ?

César et Ulysse sont partis en randonnée, l'un emportant son couteau suisse et l'autre une bouteille de vin, à déguster à la pause de midi… Seulement voilà, le couteau suisse que César a pris avec lui est son vieux couteau de l'armée, qui ne dispose pas de tire-bouchon. César et Ulysse décident alors de tenter de déboucher la bouteille en plantant la lame du couteau dans le bouchon.

Question : Nos deux compères ont-ils une chance de boire l'apéro ? Si oui, à quelle condition ?

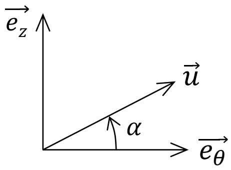
Données (voir figure ci-dessous) :

- L : Longueur du bouchon
- R : Rayon du bouchon.
- $1{,}6 \cdot R$: Largeur de la lame insérée dans le bouchon (valeur constante).
- F_{L} : Force exercée sur la lame, dans la direction axiale du bouchon, tendant à tirer celui-ci hors de la bouteille ;
- M_{L} : Moment exercé sur la lame, dans la direction axiale du bouchon, tendant à le faire tourner autour de son axe de révolution ;
- p_{BL} : Pression de contact du bouchon sur la lame ; on suppose ici que p_{BL} est une fonction linéaire dépendant uniquement du rayon de contact r, de telle manière que $p_{\mathrm{BL}}(0) = 0$ (sur l'axe de révolution du bouchon, i.e. le centre de la lame) et $p_{\mathrm{BL}}(0{,}8 \cdot R) = p_{\mathrm{M}}$ (sur le tranchant de la lame).
- p_{BB} : Pression de contact de la bouteille sur le bouchon ; on suppose ici que p_{BB} est constante.
- $\mu_{0\mathrm{BL}}$: Coefficient de frottement statique entre la lame et le bouchon.
- μ_{BB} : Coefficient de frottement dynamique entre le bouchon et la bouteille.



Indice :

On considèrera une vitesse de glissement du bouchon dans le goulot de la bouteille portée, en tout point du contact, par un vecteur $\vec{u}$ se trouvant dans le plan $(\vec{e_\theta}\,;\,\vec{e_z})$, et formant un angle α avec $\vec{e_\theta}$:



Application numérique :

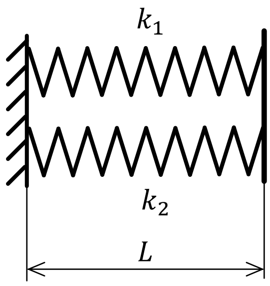
Combien de tour de bouchon faudra-t-il faire au minimum, sachant que :

- $L = 47$ mm
- $R = 10$ mm
- $\mu_{0BL} = 0{,}2$

Exercice 2 – Influence du point d'application de la charge sur un montage de ressorts en parallèle

Le problème ci-dessous est considéré comme unidirectionnel.

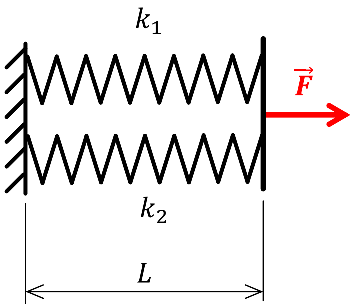
On considère les ressorts (R1) et (R2), de raideurs respectives k_1 et k_2, montés en parallèle comme représenté sur la Figure ci-dessous :



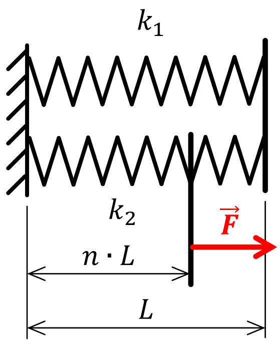
Dans le premier cas de charge, la force extérieure est exercée à l'extrémité droite des deux ressorts, comme représenté dans la Figure (a) ci-dessous.

Dans le deuxième cas de charge, la force extérieure est exercée sur le ressort (R2) à une distance $n \cdot L$ du bâti ($0 < n < 1$), comme représenté dans la Figure (b) ci-dessous, et alors :

- Le ressort (R2) est considéré comme étant un empilement en série de deux ressorts (R2') et (R2''), de longueurs respectives $n \cdot L$ et $(1 - n) \cdot L$, et de raideurs respectives k_2' et k_2''.
- Le ressort (R1') est considéré comme étant l'empilement en série des ressorts (R1) et (R2'').



(a)



(b)

1. Pour le cas de charge n°1, exprimer la force F_1 vue par le ressort (R1) et la force F_2 vue par le ressort (R2) en fonction de la force extérieure F, et de ϕ que l'on définit comme suit :

$$\phi = \frac{k_1}{k_1 + k_2}$$

   Pour le cas de charge n°2, exprimer la force F_1' vue par le ressort (R1') et la force F_2' vue par le ressort (R2'), en fonction de la force extérieure F, de ϕ, et du facteur n. Pour cela, on considèrera un paramètre de raideur intrinsèque K_2 du ressort (R2), tel que $k_2 = K_2/L$, qui nous permettra de déduire les raideurs k_2' et k_2'' des ressorts (R2') et (R2'').

2. En calculant les ratios F_1'/F_1 et F_2'/F_2, qu'en déduisez-vous quant à l'influence du point d'application de la charge extérieure sur les efforts repris par chacun des deux ressorts (R1') et (R2') ? Cela vous paraît-il logique ?